

# MÔ HÌNH TĂNG TRƯỞNG TRỮ LƯỢNG GỖ ĐỐI VỚI RỪNG TRỒNG THÔNG BA LÁ (*Pinus kesiya* Royle ex Gordon) TẠI KHU VỰC ĐỨC TRỌNG, TỈNH LÂM ĐỒNG

Nguyễn Văn Thêm<sup>1</sup>, Lê Văn Cường<sup>2\*</sup>, Trần Văn Tiến<sup>3</sup>,  
Đỗ Thị Hồng<sup>2</sup>, Cao Ngọc Thị Quỳnh Trang<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Hội Khoa học Kỹ thuật Lâm nghiệp Thành phố Hồ Chí Minh

<sup>2</sup>Trường Đại học Lâm nghiệp - Phân hiệu Đồng Nai

<sup>3</sup>Học viện Hành chính và Quản trị công

<sup>4</sup>Trường Đại học Lâm nghiệp - Phân hiệu Gia Lai

## TÓM TẮT

Việc xây dựng và lựa chọn hàm tăng trưởng phù hợp có ý nghĩa quan trọng trong lâm học, vì cho phép mô tả chính xác động thái sinh trưởng, dự báo năng suất và hỗ trợ ra quyết định trong quản lý rừng trồng. Nghiên cứu này trình bày kết quả ước lượng và dự đoán quá trình sinh trưởng của rừng trồng Thông ba lá (*Pinus kesiya* Royle ex Gordon) trong giai đoạn từ cấp tuổi 5 - 30 năm tại khu vực Đức Trọng thuộc tỉnh Lâm Đồng bằng những hàm tăng trưởng khác nhau. Số liệu thu thập bao gồm 18 ô mẫu với kích thước 1.000 m<sup>2</sup>. Kết quả nghiên cứu cho thấy: (1) Nếu sử dụng 4 hàm Gompertz (1825), Korf (1929), Chapman-Richards (1959) và Kumaraswamy (1980) để mô tả quá trình sinh trưởng trữ lượng gỗ của rừng trồng Thông ba lá trong giai đoạn từ cấp tuổi 5 - 30 năm, thì kết quả nhận được là khác nhau. (2) Phương pháp xử lý số liệu khác nhau dẫn đến báo cáo khác nhau về các đặc tính sinh trưởng trữ lượng gỗ của rừng trồng Thông ba lá. (3) Đề nhận được kết quả thống nhất, nghiên cứu này đề xuất chỉ sử dụng hàm Korf để mô tả quá trình sinh trưởng trữ lượng gỗ của rừng trồng Thông ba lá trong giai đoạn từ cấp tuổi 5 - 30 năm. Theo hàm Korf, tăng trưởng trữ lượng gỗ hàng năm lớn nhất ( $ZM_{Max}$ ) và bình quân năm lớn nhất ( $\Delta M_{Max}$ ) của rừng trồng Thông ba lá trong giai đoạn từ cấp tuổi 5 - 30 năm tương ứng là 21,1 và 15,4 m<sup>3</sup>/ha/năm. Tuổi đạt  $ZM_{Max}$  và  $\Delta M_{Max}$  tương ứng là 17 và 35 năm. Vì thế, tuổi 17 là thời điểm trữ lượng gỗ của rừng trồng Thông ba lá chuyển từ giai đoạn sinh trưởng nhanh sang giai đoạn sinh trưởng chậm. Tuổi thành thực số lượng của rừng trồng Thông ba lá là 35 năm. Kết quả của nghiên cứu này cung cấp cơ sở khoa học để lựa chọn mô hình phân tích quá trình sinh trưởng của rừng trồng Thông ba lá từ giai đoạn rừng non đến trung niên.

**Từ khóa:** Hàm tăng trưởng, rừng trồng Thông ba lá, trữ lượng gỗ, tăng trưởng hàng năm, tăng trưởng bình quân năm.

## TIMBER VOLUME GROWTH MODELS FOR *Pinus kesiya* Royle Ex Gordon PLANTATIONS IN DUC TRONG AREA, LAM DONG PROVINCE

Nguyen Van Them<sup>1</sup>, Le Van Cuong<sup>2\*</sup>, Tran Van Tien<sup>3</sup>, Do Thi Hong<sup>2</sup>, Cao Ngoc Thi Quynh Trang<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Ho Chi Minh City Forestry Science and Technology Association

<sup>2</sup>Vietnam National University of Forestry - Dongnai Campus

<sup>3</sup>Academy of Public Administration and Governance

<sup>4</sup>Vietnam National University of Forestry - Gialai Campus

\*Corresponding author: [lvcuong@vnuuf2.edu.vn](mailto:lvcuong@vnuuf2.edu.vn)

## ABSTRACT

The establishment and selection of an appropriate growth function are of great importance in silviculture, as they allow for accurate description of growth dynamics, yield prediction, and support for decision-making in forest plantation management. The study presented the estimation and prediction results of timber volume growth for *Pinus kesiya* Royle ex Gordon plantations in the period from 5 to 30 years old in Duc Trong area of Lam Dong province using different growth functions. Data were collected from 18 sample plots, with a size of 1,000 m<sup>2</sup>. The

research results indicated that: (1) If using 4 functions, Gompertz (1825), Korf (1929), Chapman - Richards (1959), and Kumaraswamy (1980), to describe the growth process of timber volume of *P. kesiya* plantations in the period from 5 to 30 years of age, the results obtained are different. (2) Different data processing methods lead to different reports on the growth characteristics of timber volume growth of *P. kesiya* plantations. (3) To obtain consistent results, this study proposes to use only the Korf function to describe the growth process of timber volume of the *P. kesiya* plantations in the period from 5 to 30 years of age. According to the Korf function, the maximum annual growth rate ( $ZM_{Max}$ ) and the maximum annual average growth rate ( $\Delta M_{Max}$ ) of the *P. kesiya* plantations in the period from age level 5 to 30 years are 21.1 and 15.4 m<sup>3</sup>/ha/year, respectively. The ages at which  $ZM_{Max}$  and  $\Delta M_{Max}$  are reached are 17 and 35 years, respectively. Therefore, age 17 was the time when the timber volume of the *P. kesiya* plantations changed from the rapid growth stage to the slow growth stage. The age at which the quantity of the *P. kesiya* plantations matures is 35 years. The results of this study provide a scientific basis for selecting a model to analyze the growth process of *P. kesiya* plantations from the young to middle - aged stages.

**Keywords:** Annual growth, average annual growth, growth function, *Pinus kesiya* plantations, timber volume.

## I. ĐẶT VẤN ĐỀ

Mô hình tăng trưởng được sử dụng để mô tả quá trình biến đổi về kích thước của cây gỗ và quần thụ theo thời gian (A, năm) (Burkhart, Tomé, 2012; Nguyễn Văn Thêm *et al.*, 2021), phân tích quan hệ giữa rừng và môi trường (Cuong *et al.*, 2025; Lê Văn Cường, 2025a). Ở mức cây gỗ, lâm học phân tích sự biến đổi theo A của đường kính thân ngang ngực (D, cm), chiều cao toàn thân (H, m), tiết diện ngang thân (g, m<sup>2</sup>), thể tích thân (V, m<sup>3</sup>). Ở mức quần thụ, lâm học phân tích sự biến đổi theo A của mật độ (N, cây/ha), tiết diện ngang (G, m<sup>2</sup>/ha), sinh khối (B, tấn/ha) và trữ lượng gỗ (M, m<sup>3</sup>/ha). Quá trình biến đổi của Y (Y = D, H, g, V, G, M) theo thời gian có dạng đường cong Sigmoid hay đường cong hình chữ S (Weiskittel *et al.*, 2011; Nguyễn Văn Thêm *et al.*, 2021). Quá trình sinh trưởng của cây gỗ và quần thụ thuần loài đồng tuổi có thể được mô tả bằng nhiều hàm tăng trưởng khác nhau (Zeide, 1993; Burkhart, Tomé, 2012; Sedmak, Scheer, 2015). Ở Việt Nam, một số tác giả như Vũ Tiến Hình (2005); Nguyễn Văn Nhân (2018); Nguyễn Văn Thêm và đồng tác giả (2021); Nguyễn Văn Thêm (2023); Cuong và đồng tác giả (2025); Lê Văn Cường (2025a) đã áp dụng một số hàm tăng trưởng để phân tích đặc điểm tăng trưởng của một số loài cây gỗ và rừng trồng thuần loài đồng tuổi theo thời gian và môi trường khác nhau. Đối với loài cây gỗ và quần thụ thuần loài đồng tuổi, mô hình tăng trưởng có thể được mô tả bằng nhiều hàm dự tuyến khác nhau; trong đó

mô hình tăng trưởng thích hợp được chọn theo tiêu chuẩn “Tổng sai lệch bình phương nhỏ nhất”. Mỗi hàm tăng trưởng có những đặc tính khác nhau. Vì thế, khi sử dụng những hàm tăng trưởng khác nhau, thì kết quả ước lượng và dự đoán quá trình sinh trưởng của cây gỗ và quần thụ cũng khác nhau. Mục tiêu của nghiên cứu này là xác định sự khác nhau về kết quả ước lượng và dự đoán quá trình sinh trưởng trữ lượng gỗ của rừng trồng Thông ba lá do sử dụng những hàm tăng trưởng khác nhau. Kết quả của nghiên cứu này cung cấp thông tin để phân tích quá trình sinh trưởng của rừng trồng Thông ba lá theo thời gian tại khu vực Đức Trọng, tỉnh Lâm Đồng.

## II. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

### 2.1. Đối tượng nghiên cứu

Đối tượng nghiên cứu là quá trình sinh trưởng trữ lượng gỗ của rừng trồng Thông ba lá (*Pinus kesiya* Royle ex Gordon) trong gian đoạn từ 5 - 30 năm. Mật độ trồng rừng Thông ba lá ban đầu là 2.200 cây/ha. Nghiên cứu được thực hiện tại khu vực Đức Trọng thuộc tỉnh Lâm Đồng. Tọa độ địa lý: 108<sup>0</sup>22’13” - 108<sup>0</sup>30’24” kinh độ Đông; 11<sup>0</sup>46’15” - 11<sup>0</sup>55’27” vĩ độ Bắc. Độ cao địa hình dao động từ 1.000 đến 1.700 m so với mặt nước biển. Độ dốc trung bình trên 20<sup>0</sup>. Rừng Thông ba lá được trồng trên đất vàng đỏ phát triển trên đá mẹ granit. Khu vực nghiên cứu thuộc vùng khí hậu ôn hòa núi cao. Nhiệt độ không khí trung bình năm là 18<sup>0</sup>C, cao nhất 18,9<sup>0</sup>C, thấp nhất 16,9<sup>0</sup>C. Lượng mưa trung

bình năm là 1.823 mm, cao nhất 2.357 mm, thấp nhất 1.354 mm. Độ ẩm không khí trung bình năm là 84%, cao nhất 88%, thấp nhất 80% (Nguyễn Văn Nhân, 2018).

**2.2. Phương pháp thu thập số liệu**

Bước 1: Phân chia rừng trồng Thông ba lá theo 6 cấp A với mỗi cấp 5 năm (Cuong *et al.*, 2025).  
 Bước 2: Phân chia tình trạng sinh trưởng của rừng trồng Thông ba lá ở mỗi cấp A thành 3 cấp sinh trưởng: tốt, trung bình và xấu.  
 Bước 3: Xác định số ô tiêu chuẩn tạm thời (OTC) và diện tích

OTC. Ở mỗi cấp A trong một tình trạng sinh trưởng của rừng trồng Thông ba lá, thu thập 3 OTC. Diện tích OTC là 1.000 m<sup>2</sup> (25 × 40 m). Tổng số là 54 OTC; mỗi cấp A là 9 OTC.  
 Bước 4: Xác định trữ lượng gỗ (M) trung bình (m<sup>3</sup>/ha) của rừng trồng Thông ba lá theo cấp A. Chỉ tiêu M (m<sup>3</sup>/ha) = N×V; trong đó N (cây/ha) là mật độ trung bình của rừng trồng Thông ba lá ở mỗi cấp A, V (m<sup>3</sup>/ha) là thể tích của cây bình quân ở mỗi cấp A. Bảng 1 tóm tắt đặc trưng trữ lượng gỗ của rừng trồng Thông ba lá theo 6 cấp A khác nhau.

**Bảng 1.** Trữ lượng gỗ của rừng trồng Thông ba lá tại khu vực Đức Trọng

Cấp A (năm)	Số OTC	M (m <sup>3</sup> /ha)	Min	Max	±SEE <sup>1</sup>	CV% <sup>2</sup>
5	3	7,9	5,0	11,0	3,0	70,3
10	3	65,5	32,1	100,8	34,4	52,5
15	3	164,0	142,9	185,0	29,8	18,2
20	3	268,5	228,7	308,9	40,1	14,9
25	3	367,8	348,6	387,0	27,2	7,4
30	3	458,1	423,5	492,6	48,9	10,7

Ghi chú: <sup>(1)</sup> SEE = Độ lệch chuẩn của số trung bình; <sup>(2)</sup> CV% = Hệ số biến động.

**2.3. Phương pháp xử lý số liệu**

**2.3.1. Chọn mô hình tăng trưởng để mô tả trữ lượng gỗ của rừng trồng Thông ba lá**

Rừng trồng Thông ba lá trong giai đoạn từ cấp A = 5 - 30 năm đang ở giai đoạn non đến trung niên. Đường cong tăng trưởng M gỗ có dạng Sigmoid. Vì thế, nghiên cứu này mô tả quá trình biến đổi M gỗ của rừng trồng Thông ba lá trong

giai đoạn này bằng 4 hàm tăng trưởng: (1) Gompertz (1825), (2) Korf (1929), (3) Chapman - Richards (1959), (4) Kumaraswamy (1980). Ở hàm (1) - (4), M (m<sup>3</sup>/ha) là trữ lượng gỗ; A (năm) là tuổi; a là tiệm cận trên của M khi A = ∞; b là tốc độ tăng trưởng trong giai đoạn đầu; c là tham số hình dạng của đường cong tăng trưởng, d là tham số hình dạng 2.

Gompertz (1825)  $M = a \exp(-b \exp(-cA))$  (1)

Korf (1929)  $M = a \exp(-bA^{-c})$  (2)

Chapman - Richards (1959)  $M = a(1 - \exp(-bA))^c$  (3)

Kumaraswamy (1980)  $M = a(1 - (1 - (A/b)^c)^d)$  (4)

Các tham số và thống kê sai lệch của 4 hàm (1) - (4) được xác định theo phương pháp hồi quy và tương quan phi tuyến tính của. Mức độ phù hợp của mỗi quan hệ giữa M (m<sup>3</sup>/ha) với

A (năm) được đánh giá theo hệ số xác định (R<sup>2</sup>; Công thức 5); Tổng sai lệch bình phương (SSE; Công thức 6); Sai số ước lượng (SEE; Công thức 7); Sai số tuyệt đối trung bình

(MAE; Công thức 8); Sai số tuyệt đối trung bình theo phần trăm (MAPE; Công thức 9); Sai số trung bình (ME; Công thức 10); Sai số trung bình theo phần trăm (MPE; Công thức 11). Ở công thức (5) - (11),  $M_i$  và  $M_j$  tương ứng là trữ lượng gỗ thực tế và ước lượng;  $M_{Bq}$  là trữ lượng gỗ bình quân thực tế;  $n$  = dung lượng mẫu;  $p$  = số tham số của hàm hồi quy. Mục đích của phân tích các hàm tăng trưởng là chọn 1 hàm mô tả chính xác sự biến đổi của sản lượng rừng theo thời gian. Theo mục đích này, hàm trữ lượng gỗ thích hợp được chọn theo tiêu chuẩn  $SSE_{Min}$  và  $SEE_{Min}$ . Các bước phân tích hồi quy và tương quan được thực hiện bằng phần mềm thống kê STATGRAPHICS Centurion XV.I 15.1.02.

$$R^2 = (1 - \frac{\sum_{(i=1, n)}(M_i - M_j)^2}{\sum_{(i=1, n)}(M_i - M_{Bq})^2}) 100 \tag{5}$$

$$SSR = \sum_{(i=1, n)}(M_i - M_j)^2 \tag{6}$$

$$SEE = \sqrt{\frac{SSR}{n - p}} \tag{7}$$

$$MAE = |(M_i - M_j)/n| \tag{8}$$

$$MAPE = \frac{\sum_{(i=1, n)}MAE}{M_i} 100 \tag{9}$$

$$ME = (M_i - M_j)/n \tag{10}$$

$$MPE = \frac{\sum_{(i=1, n)}ME}{M_i} 100 \tag{11}$$

**2.3.2. Phân tích đặc trưng sinh trưởng trữ lượng gỗ của rừng trồng Thông ba lá**

Bước 1: Khảo sát 4 hàm tăng trưởng để xác định các đặc trưng sinh trưởng M gỗ của rừng trồng Thông ba lá. Chỉ tiêu tính toán bao gồm: (1) Giá trị M gỗ tại A năm; (2) Tăng trưởng thường xuyên hàng năm (ZM, m<sup>3</sup>/ha/năm) (Công thức 12); (3) Tăng trưởng bình quân theo định kỳ n năm (Z<sub>n</sub>M, m<sup>3</sup>/ha/năm) (Công thức 13); (4) Tăng trưởng trung bình năm (ΔM, m<sup>3</sup>/ha/năm) (Công thức 14); (5) A đạt ZM<sub>Max</sub>

và ΔM<sub>Max</sub>; (6) Suất tăng trưởng M gỗ hàng năm (PM%; Công thức 15). Tuổi đạt ZnM<sub>Max</sub> và ΔM<sub>Max</sub> đối với 4 hàm tăng trưởng được xác định bằng bảng và đồ thị.

$$ZM = M_A - M_{A-1} \tag{12}$$

$$Z_nM = \frac{M_A - M_{A-n}}{n} \tag{13}$$

$$\Delta M = \frac{M}{A} \tag{14}$$

$$PM\% = 100 \frac{ZM}{M} \tag{15}$$

Bước 2: Phân tích sự khác biệt về đặc trưng sinh trưởng M gỗ của rừng trồng Thông ba lá do sử dụng 4 hàm tăng trưởng khác nhau.

Bước 3: Sử dụng phương pháp xử lý số liệu khác nhau để phân tích và so sánh các đặc trưng sinh trưởng M gỗ của rừng trồng Thông ba lá từ cấp A = 5 - 30 năm.

**III. KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN**

**3.1. Hàm sinh trưởng trữ lượng gỗ của rừng trồng Thông ba lá từ cấp tuổi 5 - 30 năm**

Phân tích hồi quy và tương quan cho thấy các tham số hồi quy, hệ số xác định (R<sup>2</sup>) và các thống kê sai lệch (SSE, SEE, MAPE, ME, MPE) của 4 hàm ước lượng M đối với rừng trồng Thông ba lá từ cấp A = 5 - 30 năm có dạng như hàm 1 - 4 (bảng 2). Bốn hàm này tồn tại ở mức ý nghĩa rất cao (P < 0,01); trong đó hệ số R<sup>2</sup> cao nhất là hàm 2 (99,99%), thấp nhất là hàm 1 (99,87%). Hai giá trị SSE<sub>Min</sub> và SEE<sub>Min</sub> xuất hiện ở hàm 2 (SSE<sub>Min</sub> = 6,3; SEE = ± 1,4); tiếp đến là hàm 3 (SSE<sub>Min</sub> = 163,5; SEE = ± 7,3); lớn nhất là hàm 1 (SSE<sub>Min</sub> = 597,7; SEE = ± 14,1). Giá trị MAPE<sub>Min</sub> xuất hiện ở hàm 2 (5,2%); tiếp đến ở hàm 4 (22,7%); lớn nhất ở hàm 1 (41,3%). Khi mô tả quá trình sinh trưởng M của rừng trồng Thông ba lá từ cấp A = 5 - 30 năm theo 4 hàm này, thì M dự đoán đều nhận sai số hệ thống âm; trong đó cao nhất ở hàm 4 (ME = -1,33;

MPE = -37,8%) và nhỏ nhất ở hàm 2 (ME = -0,16; trình sinh trưởng M gỗ của rừng trồng Thông ba lá từ cấp A = 5 - 30 năm. MPE = -5,0%). Theo hai tiêu SSE<sub>Min</sub> và SEE<sub>Min</sub>, hàm 2 (Korf) là hàm thích hợp để phân tích quá

**Bảng 2.** Các hàm ước lượng trữ lượng gỗ của rừng trồng Thông ba lá từ cấp A = 5 - 30 năm tại khu vực Đức Trọng thuộc tỉnh Lâm Đồng

Các tham số	Các hàm tăng trưởng M			
	[1]	[2]	[3]	[4]
y	610,593	1873,620	709,527	560,123
b	6,197	20,747	0,072	440,113
c	0,101	0,791	3,545	2,339
d				896,537
P <sub>α</sub> <sup>(*)</sup>	< 0,01	< 0,01	< 0,01	< 0,01
R <sup>2</sup> (%)	99,87	99,99	99,96	99,89
SSE	597,7	6,3	163,5	499,1
±SEE	14,1	1,4	7,3	15,8
MAE	4,83	0,45	2,36	4,31
MAPE(%)	41,3	5,2	22,7	39,2
ME	-1,12	-0,16	-0,72	-1,33
MPE(%)	-39,3	-5,0	-21,9	-37,8

Ghi chú: (\*) P<sub>α</sub> = Mức ý nghĩa thống kê

**3.2. Đặc điểm sinh trưởng của rừng trồng Thông ba lá**

Khi thay biến A (năm) vào 4 hàm 16 - 19, ước lượng và dự đoán được M gỗ của rừng trồng Thông ba lá từ cấp A = 5 - 40 năm (bảng 3). So với M gỗ từ cấp A = 5 - 35 năm được ước lượng và dự đoán theo hàm [2] (100%) (bảng 4), đại

lượng này tại cấp A = 5 năm được ước lượng và dự đoán theo 3 hàm [1], [3] và [4] lớn hơn tương ứng 160,5%, 78,4% và 150,5%. Từ cấp A = 10 - 30 năm, tỷ lệ sai khác về M gỗ giữa 3 hàm [1], [3] và [4] so với hàm [2] chỉ ở mức nhỏ hơn 5%. Trái lại, từ cấp A > 35 năm, tỷ lệ sai khác này là lớn hơn 10%.

**Bảng 3.** Ước lượng và dự đoán trữ lượng gỗ của rừng trồng Thông ba lá từ cấp A = 5 - 40 năm. Tính toán từ 4 hàm [1] - [4] ở bảng 2

Cấp A (năm)	Ước lượng M gỗ từ các hàm tăng trưởng			
	[1]	[2]	[3]	[4]
5	14,6	5,6	10,0	14,1
10	64,5	65,1	65,6	67,6
15	157,7	163,7	160,8	158,2
20	270,2	268,8	269,1	267,8
25	373,7	368,0	370,7	373,0
30	454,3	457,9	456,4	455,7
35	511,0	538,2	524,2	509,8
40	547,5	610,5	578,1	539,3

**Bảng 4.** So sánh trữ lượng gỗ của rừng trồng Thông ba lá từ cấp A = 5 - 35 năm được ước lượng và dự đoán theo 4 hàm khác nhau

Cấp A (năm)	Tỷ lệ sai lệch về M so với hàm 2 (%) <sup>(*)</sup>			
	[1]	[2]	[3]	[4]
5	260,5	100	178,4	250,5
10	99,0	100	100,7	103,7
15	96,3	100	98,2	96,6
20	100,5	100	100,1	99,6
25	101,5	100	100,7	101,3
30	99,2	100	99,7	99,5
35	94,9	100	97,4	94,7

Ghi chú: (\*) Hàm được sử dụng để so sánh

Khi giải tích 4 hàm [1] - [4], xác định được đặc điểm sinh trưởng của rừng trồng Thông ba lá trong giai đoạn từ cấp A = 5 - 30 năm (bảng 5). So với hàm [2] (100%), đại lượng  $ZM_{Max}$  được tính từ hàm [1], [3] và [4] lớn hơn tương ứng 7,0%, 2,3% và 4,3%. Tuổi xuất hiện  $ZM_{Max}$  được dự đoán từ hàm [1], [3] và [4] tương ứng là 18, 18 và 20 năm, cao hơn 2 - 4 năm so với hàm [2] (16 năm). Đại lượng  $\Delta M_{Max}$  được tính từ 3 hàm [1], [3] và [4] khác nhau không đáng kể so với hàm [2]. Tuổi xuất hiện  $\Delta M_{Max}$  được

dự đoán từ 3 hàm [1], [3] và [4] là 30 năm, thấp hơn 5 năm so với hàm [2] (35 năm). So với hàm [2] (100%), nếu sử dụng 3 hàm [1], [3] và [4], thì M tại A đạt  $ZM_{Max}$  tương ứng lớn hơn 15,6%, 12,5% và 38,0%. Trái lại, nếu sử dụng 3 hàm [1], [3] và [4], thì M tại A đạt  $\Delta M_{Max}$  tương ứng nhỏ hơn 14,9%, 15,2% và 14,9% so với hàm [2]. Sự khác biệt này biểu hiện rất rõ khi sử dụng 4 hàm này để dự đoán tăng trưởng của rừng trồng Thông ba lá từ cấp  $A \geq 35$  năm (hình 1).

**Bảng 5.** Đặc điểm tăng trưởng trữ lượng gỗ của rừng trồng Thông ba lá được khảo sát từ 4 hàm khác nhau

Hàm	Tăng trưởng hàng năm ( $m^3/ha/năm$ )			Tăng trưởng bình quân năm ( $m^3/ha/năm$ )		
	$ZM_{Max}$	A (năm)	M ( $m^3$ )	$\Delta M_{Max}$	A (năm)	M ( $m^3$ )
[1]	22,8	18	225,0	15,1	30	454,3
[2]	21,3	16	194,6	15,4	35	538,2
[3]	21,8	18	219,2	15,2	30	456,4
[4]	22,2	20	268,5	15,2	30	458,1

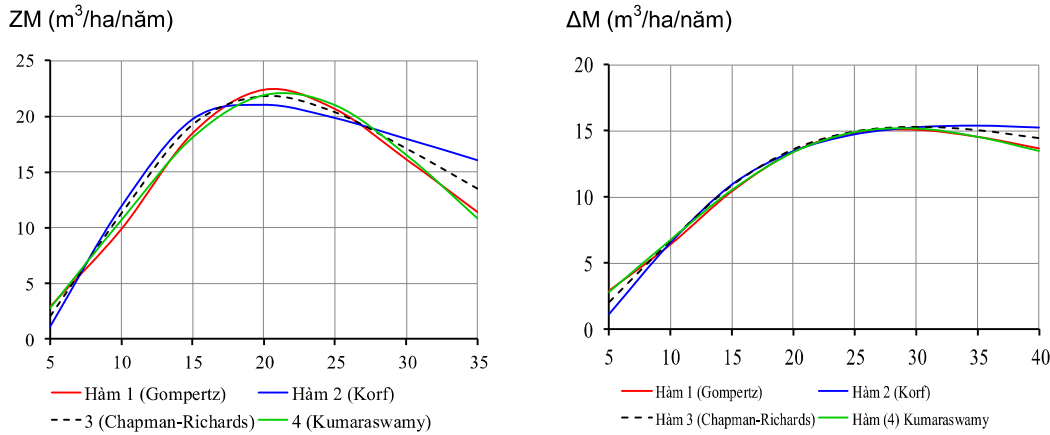
Khi áp dụng 4 hàm [1] - [4] vào thực tế, tăng trưởng của rừng trồng Thông ba lá được tính bình quân theo định kỳ 5 năm ( $ZnM$ ; Công thức 13) và bình quân năm ( $\Delta M$ ; Công thức 14) (bảng 6). So với hàm [2] (100%), giá trị  $ZnM$  được tính từ 3 hàm [1], [3] và [4] lớn hơn tương ứng 7,1%, 3,3% và 4,3%. Cấp A xuất hiện  $ZnM_{Max}$  được ước lượng từ 4 hàm này là 20 năm. Trữ lượng gỗ tại cấp A đạt  $ZnM_{Max}$  là như

nhau ( $M = 268,5m^3/ha$ ). Nói chung, nếu sử dụng 4 hàm này để dự đoán tăng trưởng bình quân theo định kỳ 5 năm của rừng trồng Thông ba lá từ cấp  $A \geq 35$  năm, thì sự khác biệt giữa 4 hàm này là rất lớn.

Theo tiêu chuẩn  $SSE_{Min}$ , hàm 2 (Korf) là hàm thích hợp để mô tả quá trình sinh trưởng trữ lượng gỗ của rừng trồng Thông ba lá trong giai đoạn từ cấp A = 5 - 30 năm. Khi áp dụng hàm

này vào thực tế, đặc trưng tăng trưởng trữ lượng gỗ của rừng trồng Thông ba lá được tính theo 2 phương pháp. Phương pháp 1: Khảo sát hàm [2] để xác định  $ZM$ ,  $ZM_{Max}$ ,  $A$  tại  $ZM_{Max}$  và  $\Delta M_{Max}$ ,  $\Delta M$  và  $\Delta M_{Max}$ ,  $A$  đạt  $\Delta M_{Max}$  tương ứng theo các hàm (16) - (21). Các tham số  $y$ ,  $b$  và  $c$  được dẫn

ra ở bảng 2, còn  $e$  là cơ số Neper (2,71828). Phương pháp 2: Tính  $ZnM$  và  $\Delta M$  theo công thức 13 và 14, còn  $ZM_{Max}$ ,  $\Delta M_{Max}$ ,  $A$  đạt  $ZnM_{Max}$  và  $\Delta M_{Max}$  được xác định bằng bảng và đồ thị (bảng 6).



**Hình 1.** Đồ thị dự đoán  $ZM$  và  $\Delta M$  của rừng trồng Thông ba lá từ cấp  $A \geq 35$  năm bằng khảo sát từ 4 hàm 1 - 4

$$ZM = y \exp(-bA^{-c})(bc)A^{-(c-1)} \quad (16)$$

$$ZM_{Max} = (((y(c+1))/e))((c+1)/(ebc))^{(1/c)} \quad (17)$$

$$A \text{ tại } ZM_{Max} = ((bc)/(c+1))^{(1/c)} \quad (18)$$

$$\Delta M = \frac{M}{A} \quad (19)$$

$$\Delta M_{Max} = y/(ebc)^{(1/c)} \quad (20)$$

$$A \text{ tại } \Delta M_{Max} = (bc)^{(1/c)} \quad (21)$$

**Bảng 6.** Đặc điểm tăng trưởng trữ lượng gỗ của rừng trồng Thông ba lá từ cấp  $A = 5 - 30$  năm. Tính toán từ công thức 13 và 14.

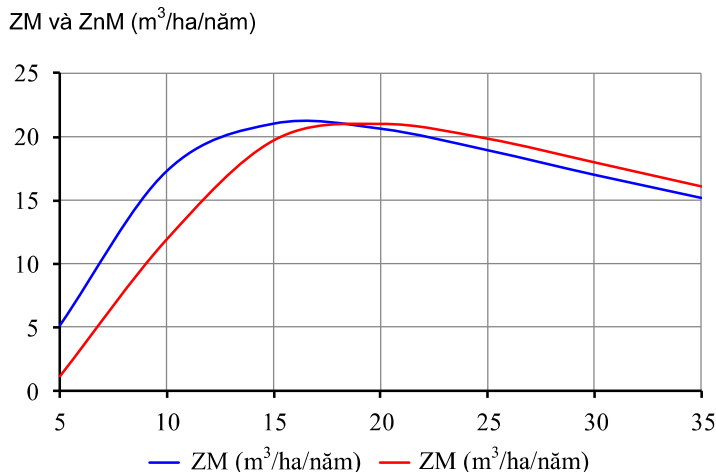
Hàm	Tăng trưởng theo định kỳ 5 năm (m³/ha/năm)			Tăng trưởng bình quân năm (m³/ha/năm)		
	$ZM_{Max}$	$A$ (năm)	$M$ (m³)	$\Delta M_{Max}$	$A$ (năm)	$M$ (m³)
[1]	22,5	20	268,5	15,1	30	454,3
[2]	21,0	20	268,5	15,4	35	538,2
[3]	21,7	20	268,5	15,2	30	456,4
[4]	21,9	20	268,5	15,2	30	458,1

Phân tích số liệu ở bảng 6 cho thấy, khi sử dụng hàm 2 (Phương pháp 2) để ước lượng và dự đoán tăng trưởng của rừng trồng Thông ba lá, thì hai đại lượng  $ZnM_{Max}$  và  $\Delta M_{Max}$  tương ứng là 21,0 và 15,4m³/ha/năm. Tuổi đạt  $ZnM_{Max}$  và  $\Delta M_{Max}$  tương ứng là cấp tuổi 20 và 35 năm. Vì thế, cấp tuổi 20 là thời điểm trữ

lượng gỗ của rừng trồng Thông ba lá chuyển từ giai đoạn sinh trưởng nhanh sang giai đoạn sinh trưởng chậm. Tuổi thành thực số lượng của rừng trồng Thông ba lá xuất hiện ở cấp tuổi 35 năm. Từ kết quả khảo sát hàm 2 (Phương pháp 1) cho thấy thời điểm trữ lượng gỗ của rừng trồng Thông ba lá chuyển từ giai

đoạn sinh trưởng nhanh sang giai đoạn sinh trưởng chậm tại tuổi 16 năm, tương ứng với cấp A = 15 năm (bảng 5). Trái lại, nếu tính lượng tăng trưởng theo định kỳ 5 năm (bảng

6), thì thời điểm này xuất hiện tại cấp tuổi 20. Nói chung, hai đại lượng ZM và ZnM được tính theo phương pháp 1 và 2 khác nhau rất rõ rệt (hình 2).



**Hình 2.** Đồ thị biểu diễn tăng trưởng thường xuyên hàng năm (ZM) và bình quân theo định kỳ 5 năm (ZnM) của rừng trồng Thông ba lá. Ước lượng và dự đoán từ hàm 2 (Korf). Giá trị ZnM được tính toán từ công thức 13

**3.3. Thảo luận**

Rừng trồng Thông ba lá từ tuổi 5 - 30 năm nằm trong giai đoạn non đến giai đoạn đầu của tuổi trung niên. Theo quy luật, quá trình sinh trưởng của rừng trồng Thông ba lá trong giai đoạn này đang chuyển từ giai đoạn tăng trưởng chậm sang giai đoạn tăng trưởng nhanh. Đường cong tăng trưởng trữ lượng gỗ trong giai đoạn này có dạng đường cong Sigmoid. Về lý thuyết, các hàm tăng trưởng thực nghiệm được chọn phải thỏa mãn 3 điều kiện:  $f(Y) = 0$  khi  $A = 0$ ; 1 tiệm cận tại  $Y_{Max}$  và 2 điểm uốn. Điểm uốn thứ 1 tương ứng với giai đoạn sinh trưởng chậm chuyển sang giai đoạn sinh trưởng nhanh (Giai đoạn rừng non chuyển sang giai đoạn rừng trung niên). Điểm uốn thứ 2 tương ứng với giai đoạn sinh trưởng nhanh chuyển sang giai đoạn sinh trưởng chậm (Giai đoạn rừng trung niên chuyển sang giai đoạn rừng thành thực). Đường cong tăng trưởng của 4 hàm Gompertz, Korf, Chapman - Richards và Kumaraswamy ở giai đoạn đầu đều có dạng đường cong Sigmoid. Vì

thế, nghiên cứu này chọn 4 hàm này để mô tả quá trình sinh trưởng trữ lượng gỗ của rừng trồng Thông ba lá trong giai đoạn từ cấp tuổi 5 - 30 năm.

Độ chính xác của ước lượng và dự đoán tăng trưởng của cây gỗ và quần thụ phụ thuộc vào các hàm dự tuyến ([1], [2], [4], [5]). Nói cách khác, nếu sử dụng các hàm dự tuyến khác nhau, thì kết quả ước lượng và dự đoán tăng trưởng của cây gỗ và quần thụ là khác nhau. Theo quan điểm thực hành, các nhà lâm học và điều tra rừng thường chọn hàm tăng trưởng thích hợp dựa theo tiêu chuẩn  $SSE_{Min}$  và  $SEE_{Min}$  (Korf, 1939; Nguyễn Văn Thêm *et al.*, 2021; Nguyễn Thanh Tuấn *et al.*, 2025). Những phân tích hồi quy và tương quan cho thấy hàm Korf (1929) mô tả tốt tăng trưởng trữ lượng gỗ của rừng trồng Thông ba lá trong giai đoạn từ tuổi 5 - 30 năm. Các tham số của hàm Korf (1929) được xác định bằng hồi quy và tương quan phi tuyến tính. Kết quả khảo sát hàm Korf cho thấy tăng trưởng trữ lượng gỗ hàng năm lớn nhất ( $ZM_{Max}$ )

và bình quân năm lớn nhất ( $\Delta M_{Max}$ ) của rừng trồng Thông ba lá trong giai đoạn từ cấp tuổi 5 - 30 năm tương ứng là 22,9 và 16,8  $m^3/ha/năm$ . Tuổi đạt  $ZM_{Max}$  và  $\Delta M_{Max}$  tương ứng là 16 và 35 năm. Vì thế, tuổi 16 là thời điểm trữ lượng gỗ của rừng trồng Thông ba lá chuyển từ giai đoạn sinh trưởng nhanh sang giai đoạn sinh trưởng chậm. Tuổi thành thực số lượng của rừng trồng Thông ba lá là 35 năm.

Kinh doanh rừng thường được thực hiện theo cấp tuổi (Nguyễn Văn Thêm, Phạm Minh Toại, 2024). Vì thế, đặc điểm tăng trưởng của rừng Thông ba lá được ước lượng và dự đoán theo cấp tuổi. Trong nghiên cứu này, rừng trồng Thông ba lá được phân chia theo cấp A với mỗi cấp 5 năm (Cuong *et al.*, 2025). Những tính toán cho thấy đặc điểm tăng trưởng của rừng Thông ba lá không chỉ khác nhau do sử dụng hàm tăng trưởng khác nhau, mà còn do phương pháp xử lý số liệu khác nhau. Vì thế, để nhận được kết quả thống nhất, nghiên cứu này đề xuất chỉ sử dụng hàm Korf để phân tích đặc điểm sinh trưởng trữ lượng gỗ của rừng trồng Thông ba lá trong giai đoạn từ cấp tuổi 5 - 30 năm.

#### IV. KẾT LUẬN

Rừng trồng Thông ba lá trong giai đoạn từ cấp tuổi 5 - 30 năm đang ở giai đoạn tuổi non đến

trung niên. Đường cong tăng trưởng trữ lượng gỗ của rừng trồng Thông ba lá trong giai đoạn này có dạng đường cong Sigmoid. Vì thế, tăng trưởng của rừng trồng Thông ba lá trong giai đoạn từ cấp tuổi 5 - 30 năm đã được mô tả bằng 4 hàm: Gompertz (1825), Korf (1929), Chapman - Richards (1959) và Kumaraswamy (1980). Theo tiêu chuẩn “Tổng sai lệch bình phương nhỏ nhất =  $SSE_{Min}$ ”, hàm Korf là hàm thích hợp để mô tả quá trình sinh trưởng trữ lượng gỗ của rừng trồng Thông ba lá trong giai đoạn từ cấp tuổi 5 - 30 năm. Nếu sử dụng 4 hàm Gompertz (1825), Korf (1929), Chapman - Richards (1959) và Kumaraswamy (1980) để mô tả quá trình sinh trưởng trữ lượng gỗ của rừng trồng Thông ba lá trong giai đoạn từ cấp tuổi 5 - 30 năm, thì kết quả nhận được là khác nhau. Kết quả báo cáo đặc tính sinh trưởng trữ lượng gỗ của rừng trồng Thông ba lá phụ thuộc vào phương pháp xử lý số liệu. Để nhận được kết quả thống nhất, nghiên cứu này đề xuất chỉ sử dụng hàm Korf để phân tích đặc điểm sinh trưởng trữ lượng gỗ của rừng trồng Thông ba lá trong giai đoạn từ tuổi 5 - 30 năm. Mặt khác, trong thực hành, đặc điểm sinh trưởng và tuổi thành thực số lượng của rừng trồng Thông ba lá được xác định theo phương pháp phân tích tăng trưởng bình quân theo định kỳ 5 năm.

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Burkhart, H. E., Tomé, M., 2012. Modeling forest trees and stands. Springer Science & Business Media.
2. Cuong, L. V., Quy, N. V., Karam D. S., Hung B. M., Chau, M. H., Long, L. N., Manh, V., Tuan, N. T., Quy, N. V., Ngoan, T. T., 2025. Variability in soil carbon and nitrogen storage across a chronosequence of *Pinus kesiya* plantations in the central highland, Vietnam. Applied Ecology and Environmental Research 23:5041-5059. DOI: 10.15666/aeer/2303\_50415059
3. Lê Văn Cường, 2025a. Sinh trưởng của rừng trồng Đước (*Rhizophora apiculata* Blume) tại khu vực ven biển của huyện Ngọc Hiển thuộc tỉnh Cà Mau. Tạp chí Khoa học và Công nghệ Lâm nghiệp, 14(2), 062 - 071.
4. Lê Văn Cường, 2025b. Đặc điểm phân bố và các yếu tố điều chỉnh tỷ lệ N:P trong đất của rừng trồng Thông ba lá (*Pinus kesiya* Royle ex Gordon) tại khu vực Bảo Lâm thuộc tỉnh Lâm Đồng. Tạp chí Khoa học Đại học Cần Thơ, 61 (Chuyên đề Môi trường, tài nguyên thiên nhiên và biến đổi), 133 - 143.
5. Vũ Tiến Minh, 2005. Sản lượng rừng. NXB Nông nghiệp, Hà Nội.
6. Korf, V., 1939. Contribution to mathematical definition of the law of stand volume growth. Lesnická práce, 18, 339 - 379.

7. Nguyễn Văn Nhân, 2018. Ảnh hưởng của khí hậu đến tăng trưởng của Du sam (*Keteleeria evelyniana* Masters), Bạch tùng (*Dacrycarpus imbricatus* (Blume) de Laub) và Đinh tùng (*Cephalotaxus mannii* Hook.f.) ở khu vực Đà Lạt và Đức Trọng thuộc tỉnh Lâm Đồng. Luận án tiến sĩ lâm nghiệp. Trường Đại học Nông Lâm Thành phố Hồ Chí Minh.
8. Sedmak, R., Scheer, L. 2015. Properties and prediction accuracy of a Sigmoid function of time-determinate growth. *iForest - Biogeosciences and Forestry*, 8(5), 631 - 637.
9. Nguyễn Văn Thêm, 2023. Xây dựng các hàm sản lượng và phân tích biến động sản lượng gỗ của rừng keo lai (*Acacia hybrid*) theo những lập địa khác nhau tại tỉnh Đồng Nai. *Tap chí Nông nghiệp và Phát triển*, 22(5), 22 - 35.
10. Nguyễn Văn Thêm, Đào Thị Thùy Dương, Trần Thị Ngoan, Nguyễn Xuân Hùng, 2021. Những cách thức và phương pháp xử lý số liệu trong lâm học. NXB Nông nghiệp, Hà Nội.
11. Nguyễn Văn Thêm, Phạm Minh Toại, 2024. Sinh thái rừng. NXB Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội.
12. Nguyễn Văn Thêm, Nguyễn Văn Nhân, Lê Hồng Việt, Nguyễn Văn Quý, 2025. Xác định sản lượng gỗ rừng trồng Thông ba lá (*Pinus kesiya* Royle ex Gordon) trên những lập địa khác nhau tại khu vực Đức Trọng thuộc tỉnh Lâm Đồng. *Tap chí Khoa học và Công nghệ Lâm nghiệp*, 14(3), 078 - 088.
13. Nguyễn Thanh Tuấn, Nguyễn Thị Hà, Nguyễn Văn Quý, Nguyễn Thị Thanh An, Lê Văn Cường, 2025. Ứng dụng thống kê sinh học trong quản lý tài nguyên rừng. NXB Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội.
14. Weiskittel, A. R., Hann, D. W., Kershaw Jr, J. A., Vanclay, J. K., 2011. *Forest growth and yield modeling*. John Wiley & Sons.
15. Zeide, B., 1993. Analysis of growth equations. *Forest Science*, 39(3), 594 - 616.

**Email tác giả liên hệ:** [lvcuong@vnuf2.edu.vn](mailto:lvcuong@vnuf2.edu.vn)

**Ngày nhận bài:** 26/12/2025

**Ngày phản biện đánh giá và sửa chữa:** 06/01/2026; 13/01/2026

**Ngày duyệt đăng:** 02/02/2026